

Российские CAE-системы  
на службе промышленности <sup>2020</sup>

# Верификация расчетного ядра программных продуктов АРМ в Ростехнадзоре



НТЦ «АРМ» - ведущий разработчик ПО для инженерных расчетов



## Аттестация модуля APM Structure3D 2013 года

### Назначение ПС

ПС предназначено для выполнения расчётов напряженно-деформированного состояния оборудования и конструкций ОИАЭ методом конечных элементов.

### Рассчитываемыми параметрами являются:

- перемещения (линейные/угловые);
- внутренние усилия (силы/моменты);
- напряжения;
- реактивные силы/моменты в закреплённых узлах;
- частоты и формы собственных колебаний;
- коэффициент запаса по статической устойчивости и форма потери устойчивости.





## Объекты и виды расчетов, ДОБАВЛЕННЫЕ к аттестации расчетного ядра АРМ в 2019 году

- **Односторонние жесткие и упругие опоры** (с разной жесткостью в разных направлениях), в том числе и с зазорами;
- **Трубопроводные КЭ** (прямолинейные участки, отводы, тройники и т.п.), нагрузки (заполнение средой, внутреннее/наружное давление, температура);
- Расчет оборудования и трубопроводов на **сейсмическое воздействие**, в том числе задаваемое спектром ответа.
- Решение **контактной задачи** (классической задачи Герца контакта двух тел, контакт типа плоскость – плоскость, соединении вал – втулка с натягом и т.п.)

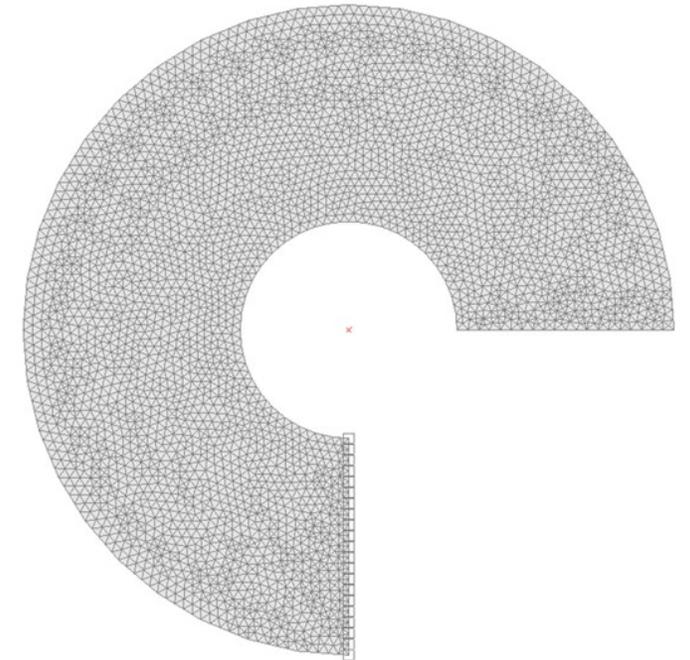
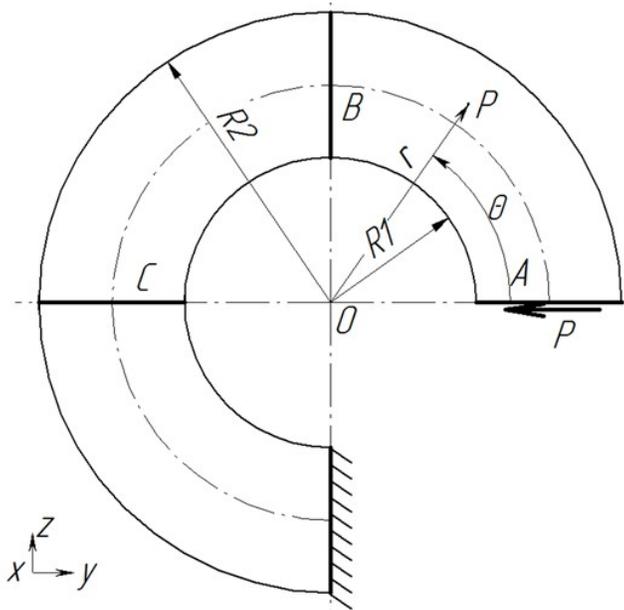


## Примеры верификационных задач

**Статический расчет.** Криволинейный брус под действием силы в плоскости (задача Головина)  
(сравнение с теоретическим решением)

### Исходные данные

$E = 2.0 \cdot 10^5$  МПа - модуль упругости,  
 $\mu = 0.3$  - коэффициент Пуассона,  
 $R_2 = 300$  мм – внешний радиус кольца,  
 $R_1 = 100$  мм – внутренний радиус кольца.  
 $h = 1$  мм – толщина кольца,  
 $P = 2,1$  кН = 2100 Н – суммарная величина  
 распределенной силы;



Определить: значения напряжений в сечениях В и С.

### Теоретическое решение:

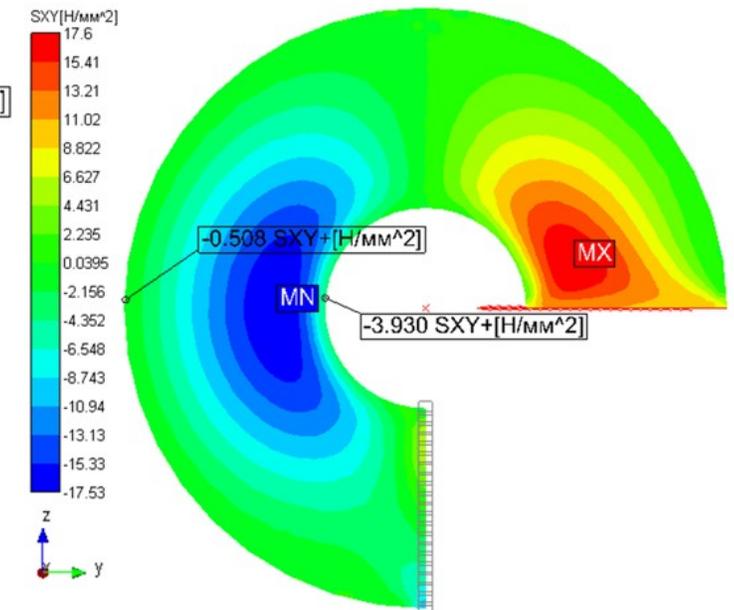
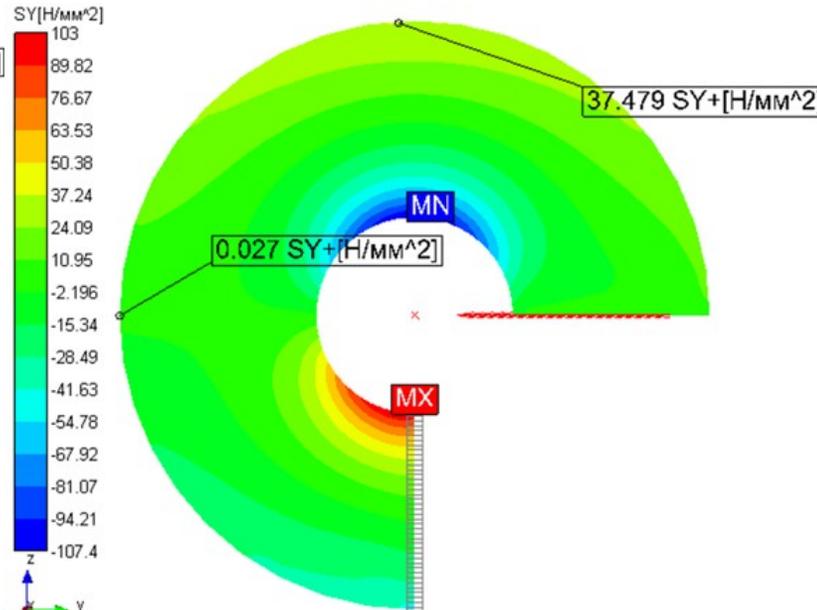
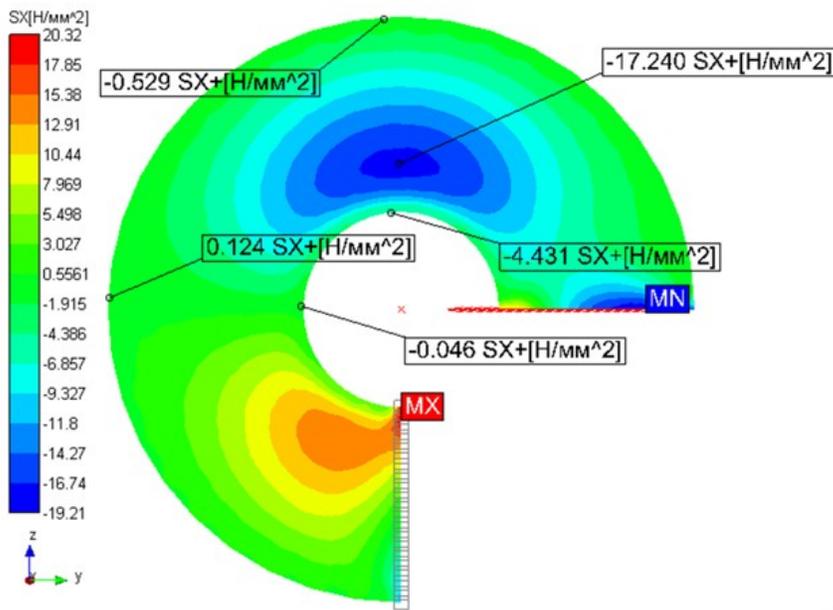
Демидов С.П. Теория упругости, М., Высшая школа, 1979. С. 270-272.

**КЭ модель кольца из пластин.** Оси ЛСК пластин ориентированы: X – по радиусу, Y – в окружном направлении



## Примеры верификационных задач

### Статический расчет. Криволинейный брус под действием силы в плоскости (задача Головина)



Карта распределения напряжений в радиальном направлении по оси X (слева) и окружном направлении по оси Y (справа) локальной системы координат пластин

Карта распределения касательных напряжений в плоскости кольца



## Примеры верификационных задач

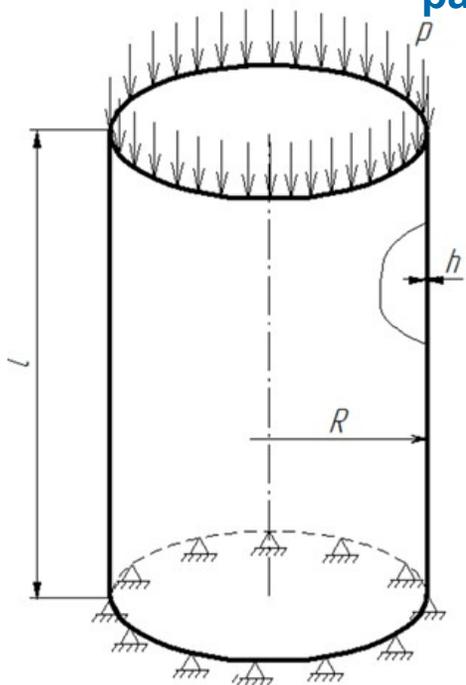
**Статический расчет.** Криволинейный брус под действием силы в плоскости (задача Головина)

Величина напряжений		В сечении В ( $\theta = \pi/2$ )			В сечении С ( $\theta = \pi$ )		
		Теоретическое значение	APM Structure3D	Погрешность, %	Теоретическое значение	APM Structure3D	Погрешность, %
На внутреннем радиусе R1, МПа	В радиальном направлении, $\sigma_r$	0	-4,71	-	0	-0,05	-
	В окружном направлении, $\sigma_\theta$	-112,52	-107,4	4,5	0	0,12	-
Максимальное значение напряжений, МПа	В радиальном направлении, $\sigma_r$	-17,59	-17.24	1,9	В данном сечении максимум отсутствует		
На внешнем радиусе R2, МПа	В радиальном направлении, $\sigma_r$	0	-0,53	-	0	0,12	-
	В окружном направлении, $\sigma_\theta$	37,5	37.5	0	0	0,03	-



## Примеры верификационных задач

**Расчет на устойчивость.** Устойчивость цилиндрической оболочки, шарнирно опертой по торцам под равномерно распределённым осевым давлением (сравнение с ANSYS)



### Исходные данные

$E = 2.0 \cdot 10^5$  МПа - модуль упругости,

$\mu = 0.3$  - коэффициент Пуассона,

$l = 162,5$  мм - длина оболочки;

$R = 15$  мм – радиус оболочки;

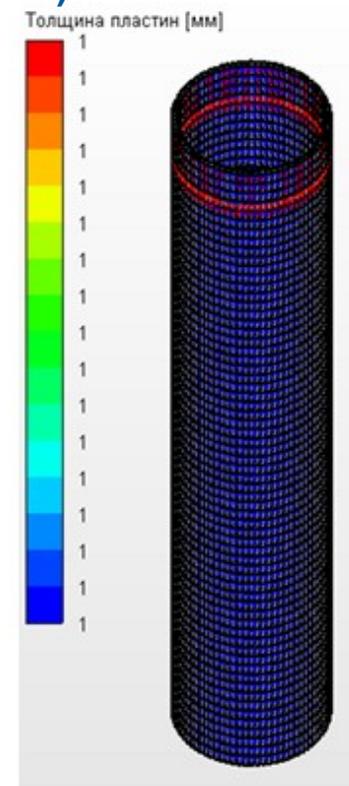
$h = 1$  мм - толщина оболочки;

$p = 439,6$  Н/мм – величина распределенной нагрузки

Определить коэффициент запаса по устойчивости и форму потери устойчивости.

### Теоретическое решение:

Расчеты на прочность в машиностроении /Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К. и др. В трех томах. Том 3. С.1025 - 1027. М.: Машгиз, 1959.

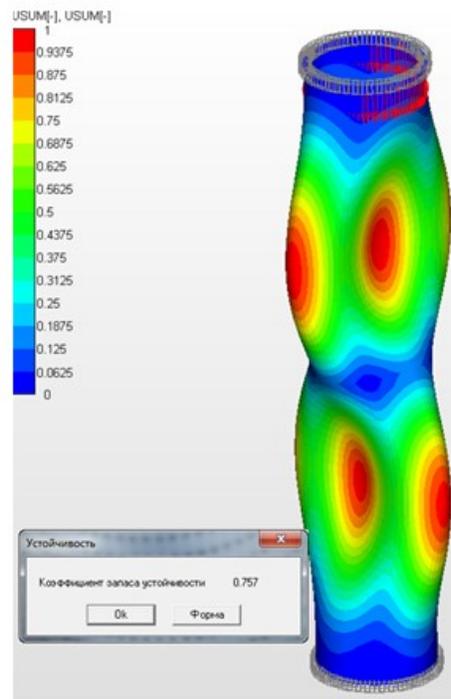
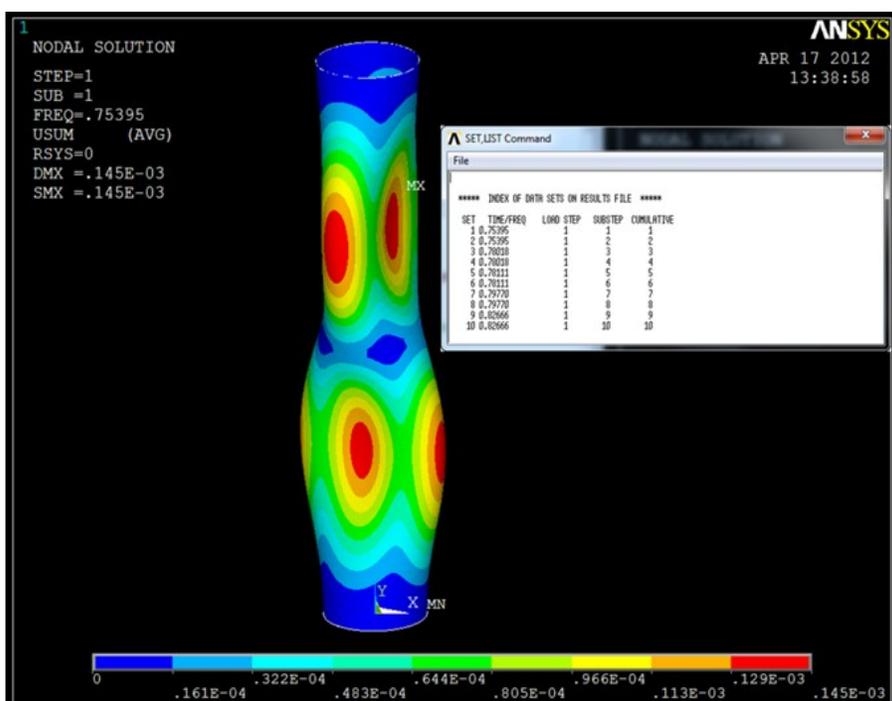


**КЭ модель цилиндрической оболочки из пластин**



## Примеры верификационных задач

**Расчет на устойчивость.** Устойчивость цилиндрической оболочки, шарнирно опертой по торцам под равномерно распределённым осевым давлением (сравнение с ANSYS)



Параметр	Теоретическое значение	ANSYS	APM Structure 3D	Погрешность, %
Коэффициент запаса по устойчивости	1	0.754	0.757	3,9

Погрешность расчета устойчивости сжатой цилиндрической оболочки

на с.1064 - 1066. сказано, что «как показали многочисленные эксперименты, подтвержденные целым рядом исследователей, формула (27) для критического напряжения .... выведенная в предположении сколь угодно малых отклонений оболочки от докритического состояния, дает значение  $\sigma_{кр}$  существенно большие, чем наблюдаемые на опыте....»

Форма потери устойчивости цилиндрической оболочки и величина коэффициента запаса по устойчивости полученные в ANSYS (слева) и в APM Structure3D (справа)



## Примеры верификационных задач

**Расчет на собственные частоты.** Собственные частоты трубопровода, закрепленного жесткими и упругими опорами (сравнение с ANSYS)

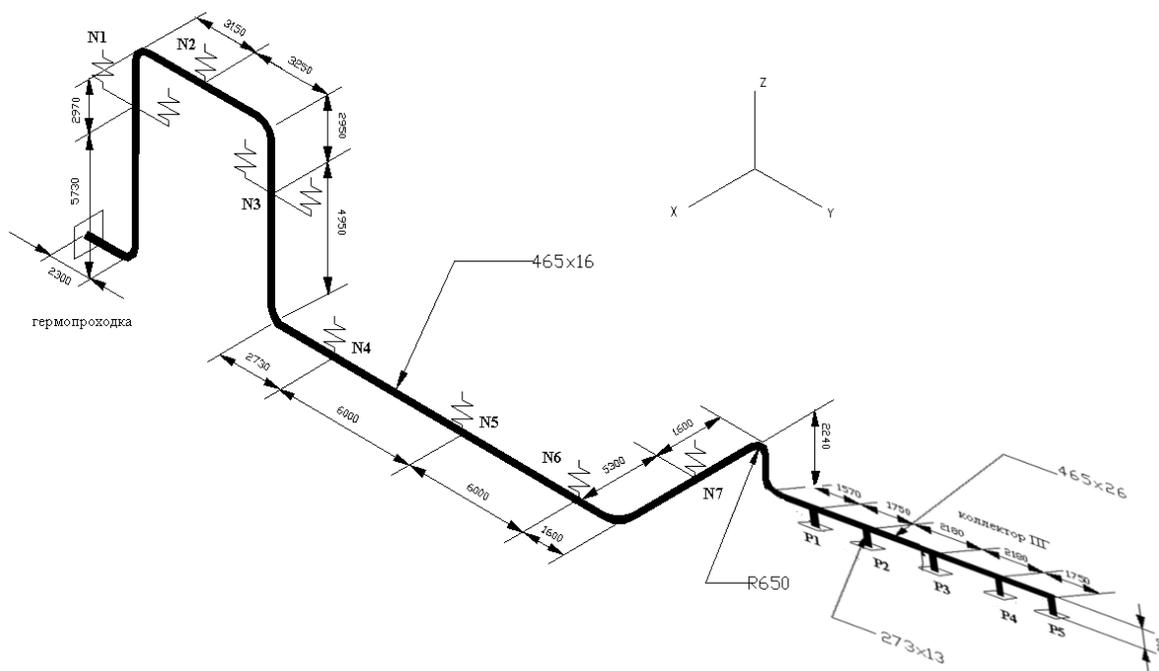
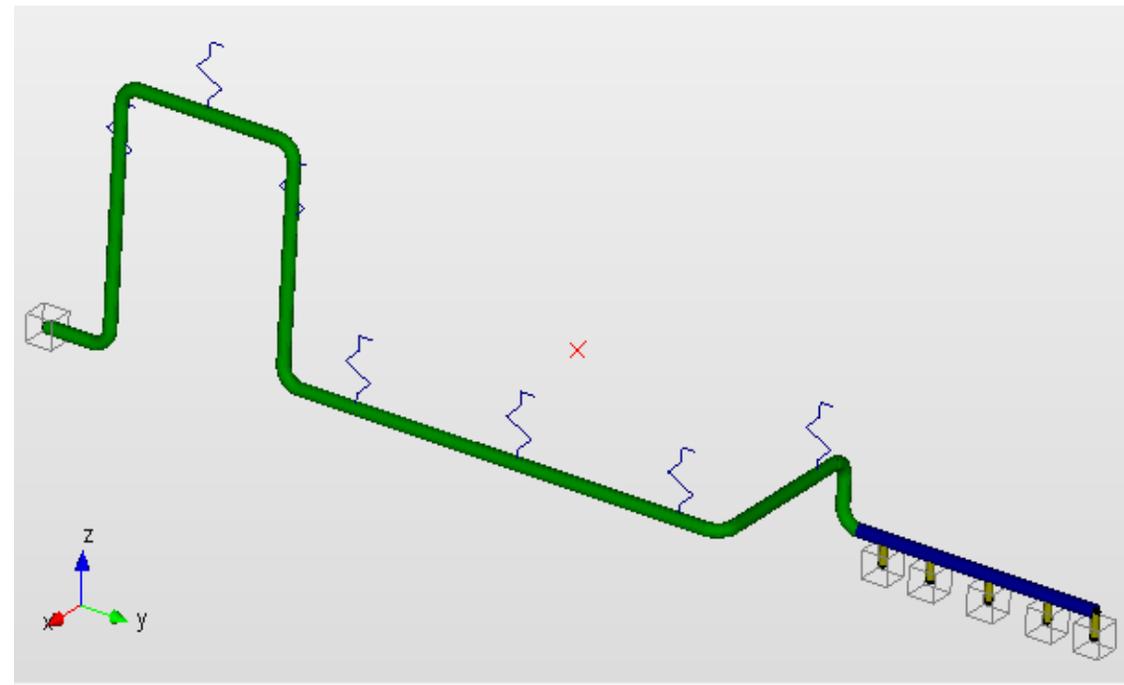


Схема изогнутого трубопровода на упругих и жестких опорах

Жесткость упругого закрепления по оси Z -  $1 \cdot 10^8$  Н/м



Конечно элементная модель трубопровода с упругими и жесткими опорами в объемном представлении в модуле APM Structure3D

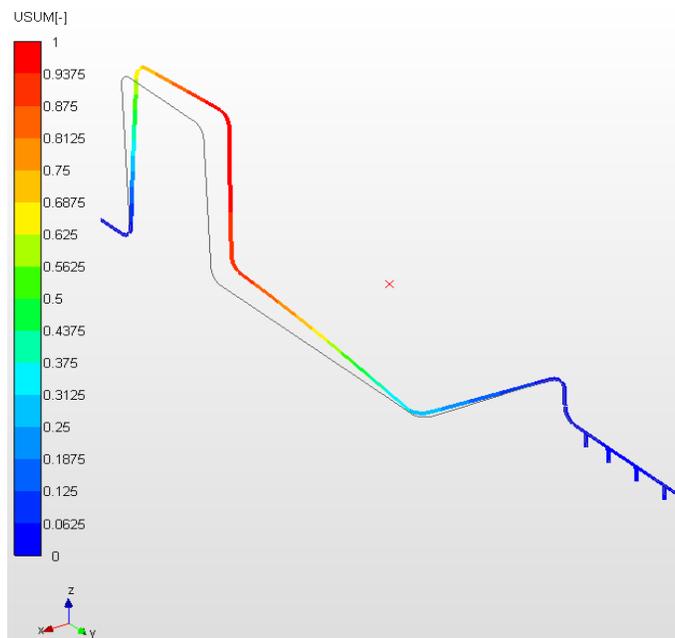


## Примеры верификационных задач

**Расчет на собственные частоты.** Собственные частоты трубопровода, закрепленного жесткими и упругими опорами (сравнение с ANSYS)

Собственные частоты			
N	[рад/с]	[Гц]	[с]
1	7.96292	1.26734	0.789055
2	11.2003	1.78258	0.560985
3	14.5381	2.31381	0.432187
4	24.3753	3.87945	0.257768
5	38.77	6.17044	0.162063
6	43.5127	6.92527	0.144399
7	66.268	10.5469	0.0948148
8	98.2204	15.6323	0.0639703
9	132.32	21.0594	0.0474847
10	144.011	22.9201	0.0436298
11	152.17	24.2187	0.0412905
12	182.999	29.1252	0.0343345
13	186.757	29.7233	0.0336437
14	207.939	33.0946	0.0302164
15	248.147	39.4938	0.0253204
16	263.192	41.8883	0.023873
17	271.84	43.2646	0.0231136
18	285.172	45.3865	0.022033
19	291.631	46.4146	0.021545
20	300.238	47.7844	0.0209273

SET	TIME/FREQ
1	1.2660
2	1.7811
3	2.3126
4	3.8800
5	6.1710
6	6.9264
7	10.551
8	15.651
9	21.086
10	22.955
11	24.272
12	29.180
13	29.787
14	33.203
15	39.558
16	41.946
17	43.420
18	45.421
19	46.440
20	48.006



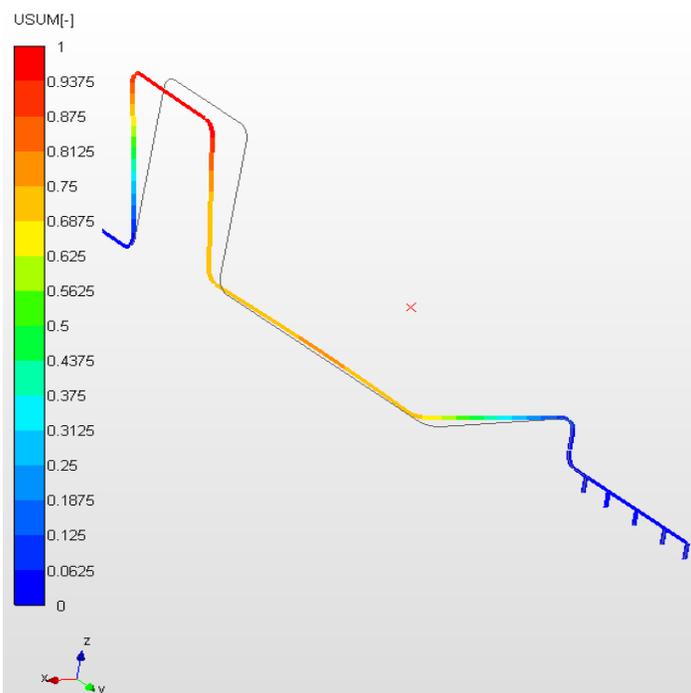
Собственные частоты модели трубопровода, полученные в APM Structure3D (слева) и ANSYS (справа)

Первая форма собственных колебаний трубопровода полученная в APM Structure3D (слева) и ANSYS (справа)



## Примеры верификационных задач

**Расчет на собственные частоты.** Собственные частоты трубопровода, закрепленного жесткими и упругими опорами



№ собственной частоты	ANSYS, Гц	APM Structure3D, Гц	Погрешность, %
1	1,2660	1,267	0,07
2	1,7811	1,783	0,11
3	2,3126	2,314	0,06
4	3,8800	3,879	0,02
5	6,1710	6,170	0.02
6	6,9264	6.93	0.05
7	10,551	10,55	0.05
8	15,651	15,63	0.13
9	21,086	21,06	0.12
10	22,955	22,92	0,15

Вторая форма собственных колебаний трубопровода полученная в APM Structure3D (слева) и ANSYS (справа)

Сравнение значений частот собственных колебаний трубопровода, полученных в модуле APM Structure3D по сравнению с ANSYS



## Примеры верификационных задач

**Вынужденные колебания.** Вынужденные колебания сборочной единицы при гармонической вибрации основания на заданной частоте с заданным ускорением (сравнение с ANSYS).

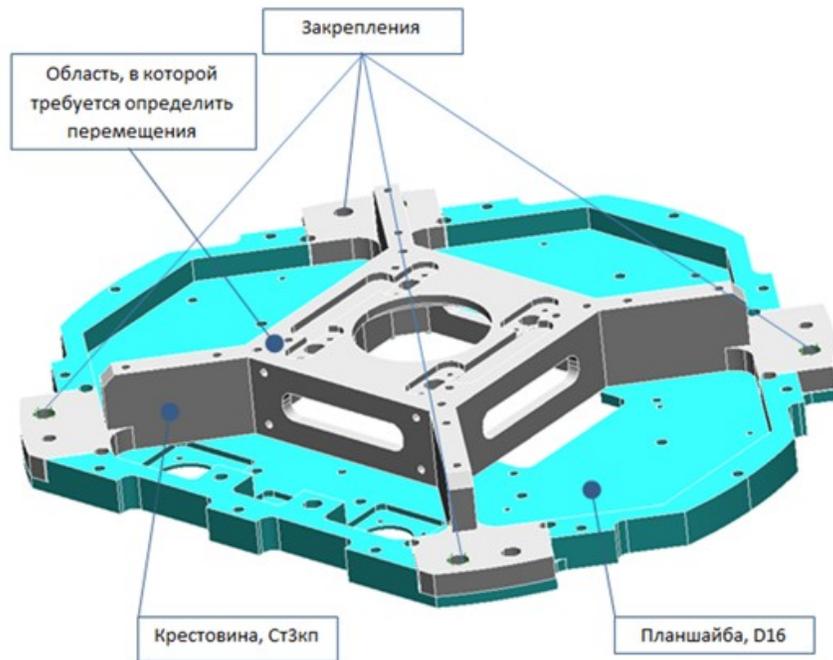
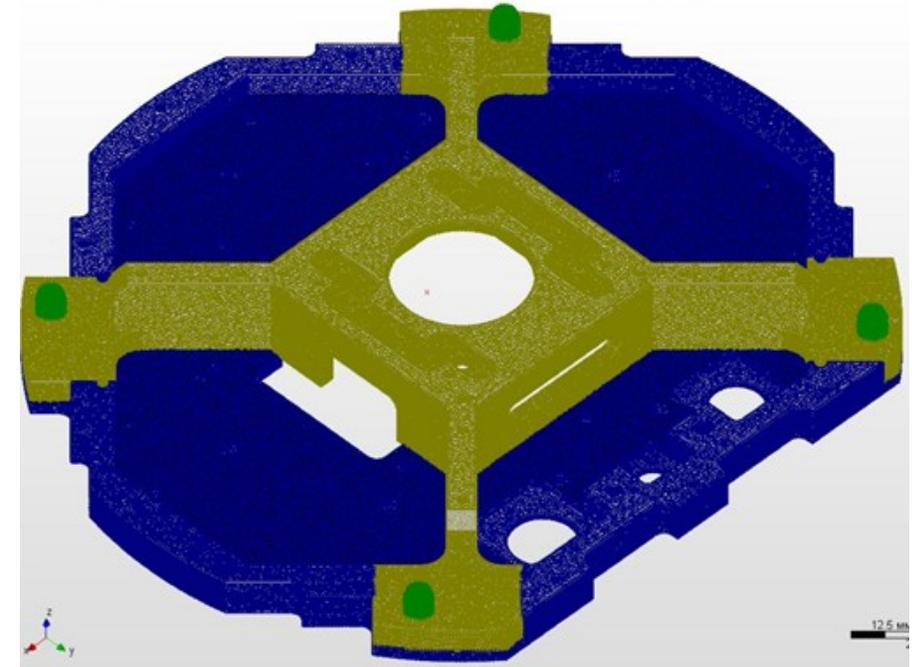


Схема сборочной единицы из соединенных жестко двух деталей

### Исходные данные

$E_{D16} = 7 \cdot 10^4$  МПа - модуль упругости материала D16 - планшайбы,  
 $E_{Ст3кп} = 2 \cdot 10^5$  МПа - модуль упругости материала Ст3кп - крестовины,  
 $\mu_{D16} = 0.34$  - коэффициент Пуассона материала D16,  
 $\mu_{Ст3кп} = 0.3$  - коэффициент Пуассона материала Ст3кп,  
 $\rho_{D16} = 2700$  кг/м<sup>3</sup> - плотность материала D16;  
 $\rho_{Ст3кп} = 7800$  кг/м<sup>3</sup> - плотность материала Ст3кп;  
 $f = 500$  Гц - частота вибрации вибростенда;  
 $a = 1 g = 9810$  мм/с<sup>2</sup> - ускорение, обеспечиваемое вибростендом;  
 $D = 0,21$  - величина затухания (логарифмический декремент колебаний)



Конечно элементная модель сборочной единицы из 4-х узловых объемных элементов

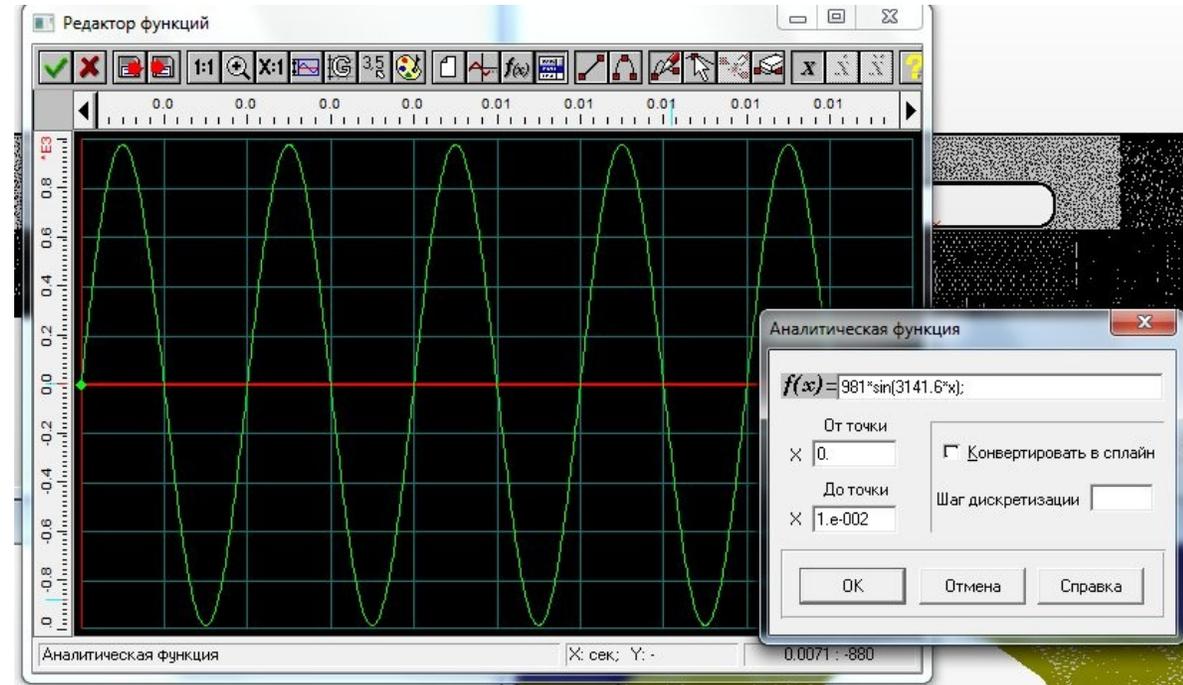
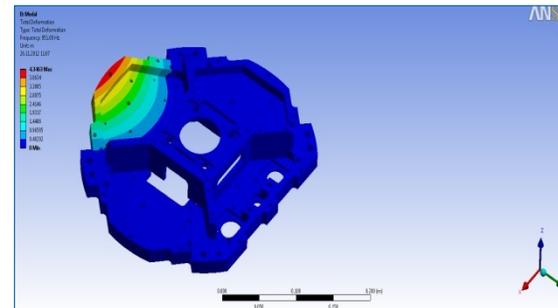
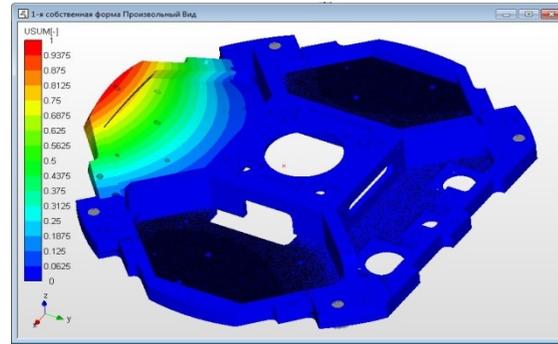


## Примеры верификационных задач

**Вынужденные колебания.** Вынужденные колебания сборочной единицы при гармонической вибрации основания на заданной частоте с заданным ускорением

Собственные частоты			
N	[рад/с]	[Гц]	[с]
1	6182.95	984.047	0.00101...
2	7243.68	1152.87	0.00086...
3	7314.26	1164.1	0.00085...
4	10723.6	1706.71	0.00058...
5	12239.2	1947.93	0.00051...
6	14752.2	2347.89	0.00042...
7	15077.5	2399.66	0.00041...
8	17482.2	2782.38	0.00035...
9	19472.6	3099.17	0.00032...
10	21022.3	3345.8	0.00029...
11	21093.2	3357.09	0.00029...
12	21726.2	3457.83	0.00028...
13	22635.5	3602.55	0.00027...
14	24325.2	3871.48	0.00025...
15	24953.4	3971.45	0.00025...
16	25148.9	4002.57	0.00024...
17	25344.9	4033.76	0.00024...
18	26990.1	4295.61	0.00023...
19	29118.7	4634.38	0.00021...
20	30710.8	4887.77	0.00020...
21	30859	4911.37	0.00020...
22	31989.3	5091.25	0.00019...
23	33631.4	5352.6	0.00018...
24	35221	5605.6	0.00017...
25	35677.7	5678.28	0.00017...
26	36313.2	5779.43	0.00017...
27	37156.8	5913.68	0.00016...
28	37312.2	5938.43	0.00016...
29	38090	6062.21	0.00016...
30	38872.5	6186.75	0.00016...
31	39626.1	6306.7	0.00015...

*** FREQUENCIES FROM BLOCK	
MODE	FREQUENCY (HERTZ)
1	951.0939806013
2	1111.795052732
3	1115.135272281
4	1649.503479620
5	1872.148714399
6	2197.540189178
7	2296.623480289
8	2611.330962959
9	2767.812675804
10	2792.428242994
11	3130.250762954
12	3365.204430130
13	3480.238943649
14	3576.775717463
15	3800.618686797
16	3899.638906758
17	3925.720232985
18	4009.157193514
19	4207.552220178
20	4620.578253130
21	4710.539080862
22	4799.467436013
23	4847.495496241
24	4955.052968161
25	5314.071826026
26	5353.748265698
27	5440.745191398
28	5508.558735791
29	5663.637444879
30	5787.927253464



Результаты частот собственных колебаний сборочной единицы, полученные в APM Structure3D (слева) и ANSYS (справа)

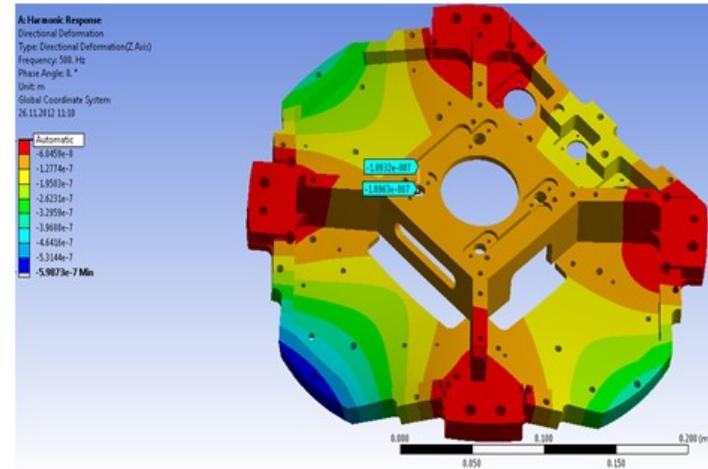
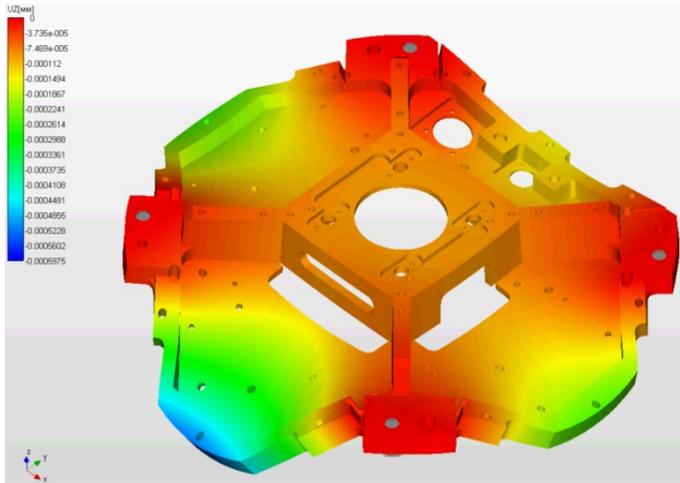
Первые формы собственных колебаний, полученные в APM Structure3D (вверху) и ANSYS (внизу)

График задания функциональной зависимости вынуждающего колебания от времени



## Примеры верификационных задач

**Вынужденные колебания.** Вынужденные колебания сборочной единицы при гармонической вибрации основания на заданной частоте с заданным ускорением



Параметр		ANSYS	APM Structure3D	Погрешность, %
Частоты собственных колебаний, Гц	1-ая собств. частота	951	984	3.4
	2-ая собств. частота	1111.8	1152	3.6
Максимальное перемещение при приложении нагрузки в установившемся режиме, мкм		- 0.1096	- 0.11	0.4

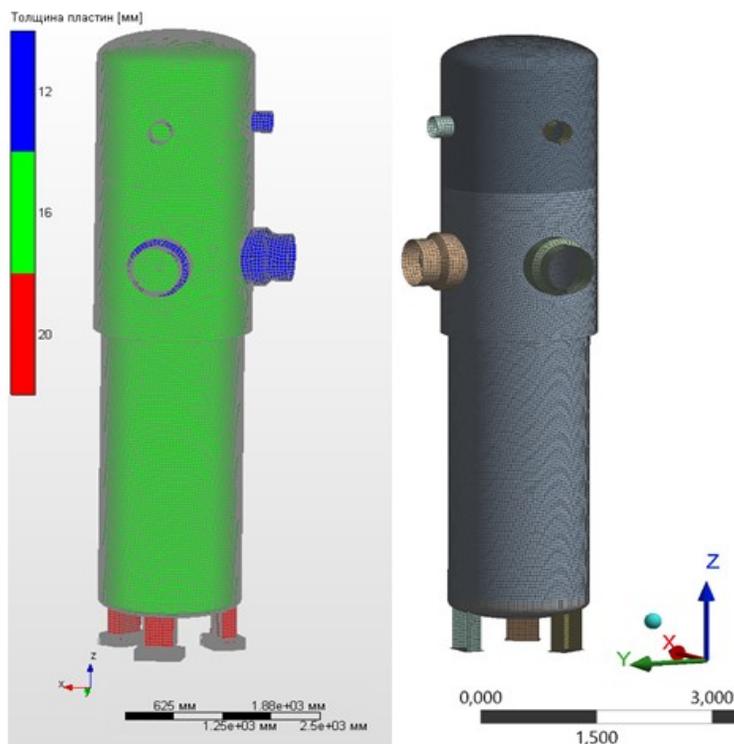
Кадры из анимированной карты перемещений перемещения по оси Z в установившемся режиме, полученные в APM Structure3D (слева) и ANSYS (справа)

Сравнение результатов расчета вынужденных колебаний сборочной единицы с результатами расчета в ANSYS



## Примеры верификационных задач

**Сейсмические воздействия.** Расчет теплообменника АЭС на сейсмические воздействия, заданные спектром отклика по Y (сравнение с ANSYS)



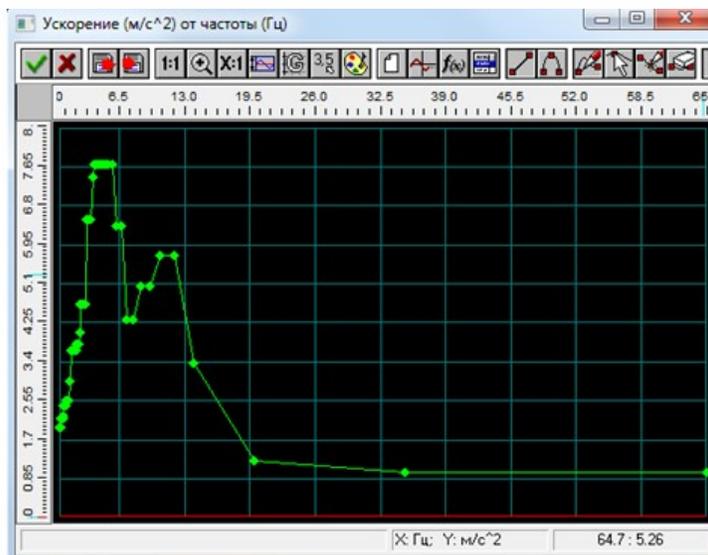
Модели теплообменника из пластинчатых элементов в APM Structure3D (слева) и ANSYS (справа).

Частоты собственных колебаний

Собственные частоты			Модальные массы (н.н.) и суммы модальных масс (с.н.н.) по направлениям ГСК						
N	[рад/с]	[Гц]	[с]	н.н. X [%]	с.н.н. X [%]	н.н. Y [%]	с.н.н. Y [%]	н.н. Z [%]	с.н.н. Z [%]
1	50.1364	7.97946	0.125322	53.5	53.5	14.9	14.9	0.000143	0.000143
2	50.2938	8.00451	0.12493	14.9	68.4	53.5	68.3	0.00403	0.00418
3	228.372	36.3465	0.027513	0.00117	68.4	0.000476	68.3	8.42	8.43
4	280.752	44.683	0.0223799	0.0107	68.4	0.00726	68.4	7.77	16.2
5	283.863	45.1782	0.0221346	1.05	69.5	0.0132	68.4	0.000694	16.2
6	292.882	46.6136	0.021453	0.35	69.8	1.12	69.5	0.00728	16.2
7	295.289	46.9966	0.0212781	4.23	74	0.984	70.5	0.0517	16.3
8	302.494	48.1435	0.0207712	1.91	75.9	11.9	82.4	0.0635	16.3
9	305.508	48.6231	0.0205664	7.71	83.7	1.34	83.7	0.11	16.4
10	382.107	60.8143	0.0164435	0.0247	83.7	0.0288	83.8	58.6	75

Tabular Data

Mode	Frequency [Hz]
1	7,8571
2	7,8737
3	36,237
4	44,532
5	44,816
6	46,157
7	46,662
8	48,225
9	48,47
10	60,576



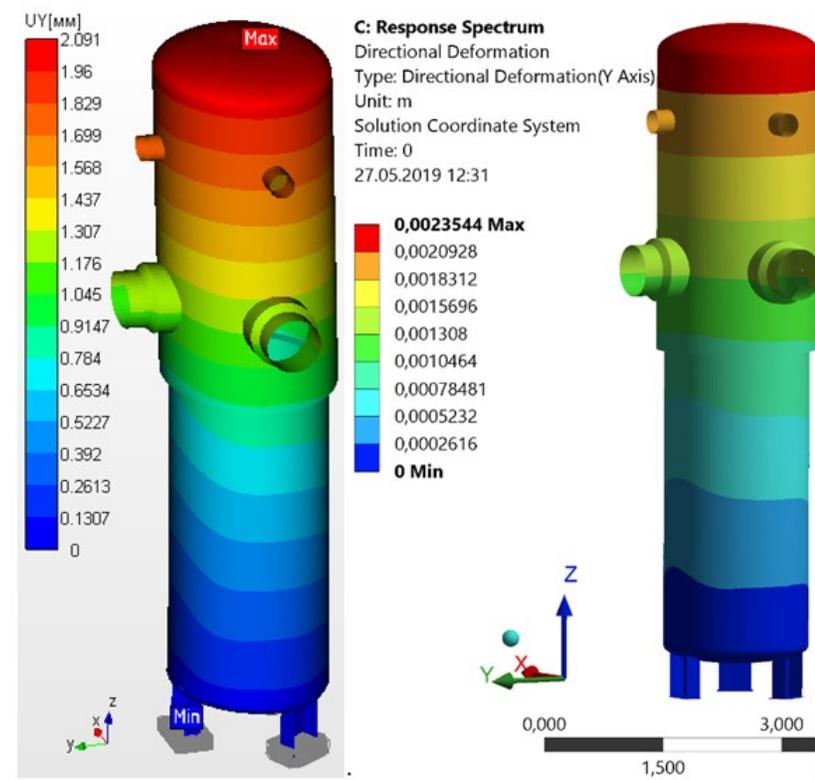
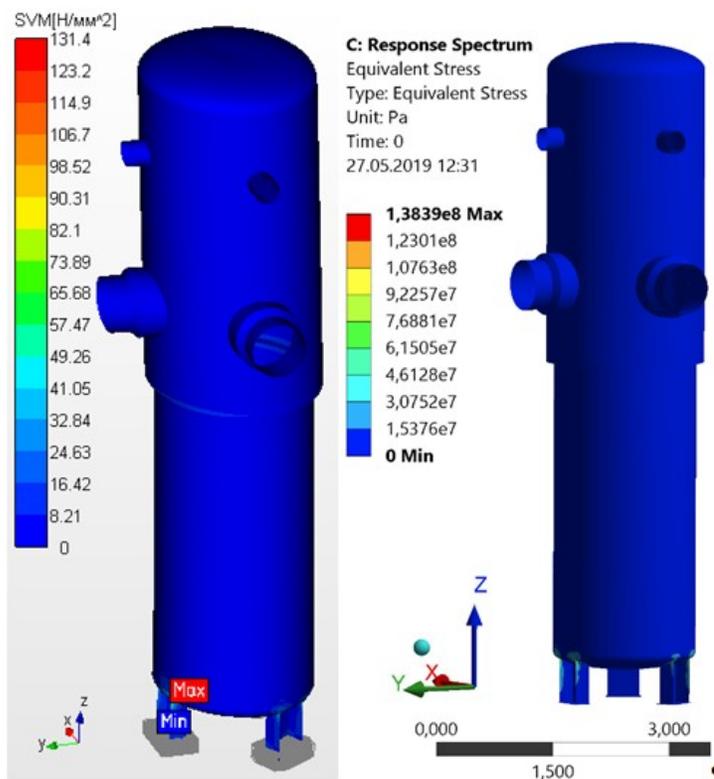
Собственные частоты модели теплообменника, полученные в APM Structure3D (слева) и в ANSYS (справа)

Спектр отклика сейсмического воздействия по оси Y в координатах ускорение – частота колебаний



## Примеры верификационных задач

**Сейсмические воздействия.** Расчет теплообменника АЭС на сейсмические воздействия, заданные спектром отбита по Y (сравнение с ANSYS)



Карты эквивалентных (по Мизесу) напряжений в теплообменнике, возникающих от сейсмического воздействия по оси Y, полученные в APM Structure3D (слева) и ANSYS (справа).

Карты суммарных перемещений в теплообменнике по оси Y, возникающих от сейсмического воздействия по оси Y, полученные в APM Structure3D (слева) и ANSYS (справа)



## Примеры верификационных задач

**Сейсмические воздействия.** Сравнение результатов расчета теплообменника АЭС на сейсмические воздействия, заданные спектром ответа по Y (сравнение с ANSYS)

№ собств. частоты	Собственные частоты (ANSYS), Гц	Собственные частоты (APM Structure 3D), Гц	Погрешность, %
1	7.98	7.86	1.53
2	8.00	7.87	1.65
3	36.35	36.24	0.3
4	44.68	44.53	0.33
5	45.18	44.82	1.46
6	46.61	46.16	0.97
7	46.99	46.66	0.71
8	48.14	48.23	0.19
9	48.62	48.47	0.31
10	60.81	60.58	0.38

Сравнение частот собственных колебаний теплообменника, полученных в APM Structure3D и ANSYS

Вид нагрузки	Параметр напряженно-деформированного состояния	Результаты расчета (ANSYS)	Результаты расчета (APM Structure 3D)	Погрешность, %
Собственный вес	Эквивалентные напряжения, МПа	33.00	34.07	3.24
	Перемещения суммарн., мм	0.3850	0.3826	0.62
Сейсмика по оси Y	Эквивалентные напряжения, МПа	138.4	131.4	5.06
	Перемещения по оси Y, мм	2.093	2.091	0.96

Сравнение параметров НДС теплообменника нагруженного отдельно собственным весом и сейсмическим воздействием по оси Y, полученных в APM Structure3D и ANSYS



## Примеры верификационных задач

**Контактная задача.** Расчет контактного взаимодействия цилиндрического соединения вала с отверстием – втулка с заданным натягом (задача Ламе). Сравнение с теоретическим решением

### Исходные данные

$d_1 = 20$  мм – диаметр внутреннего отверстия в валу;

$d = 40$  мм – диаметр вала и втулке в зоне контакта;

$d_2 = 120$  мм – внешний диаметр втулки;

$N = 60$  мкм – величина диаметрального натяга, задается геометрией контактирующих деталей;

$l = 60$  мм – длина втулки.

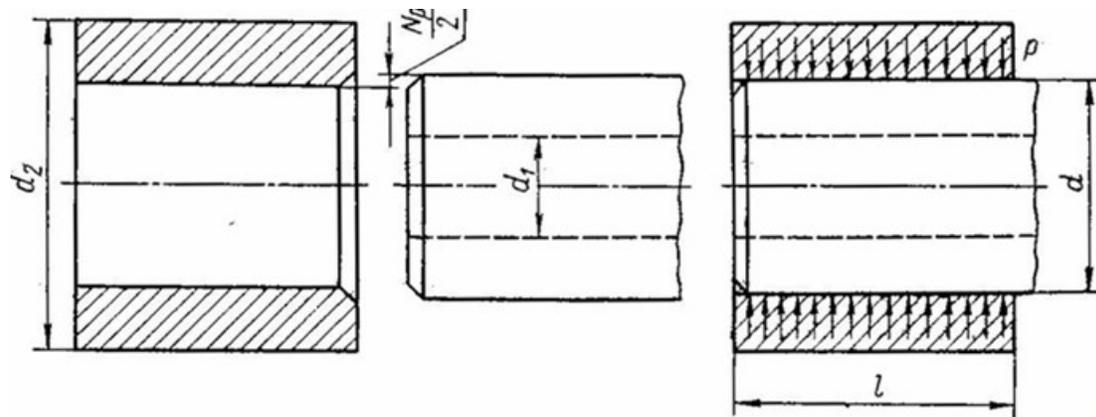
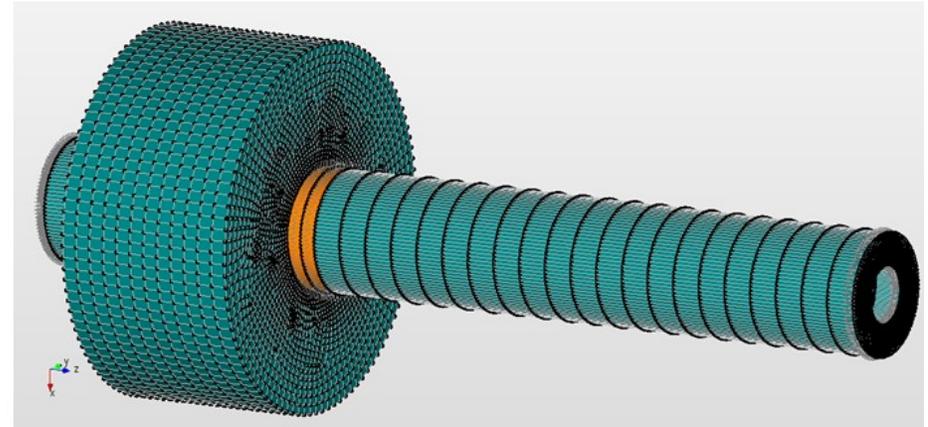


Схема соединения с натягом вала, имеющего внутреннее осевое отверстие, со втулкой



Конечно элементная модель контактирующих поверхностей типа вал – втулка с натягом

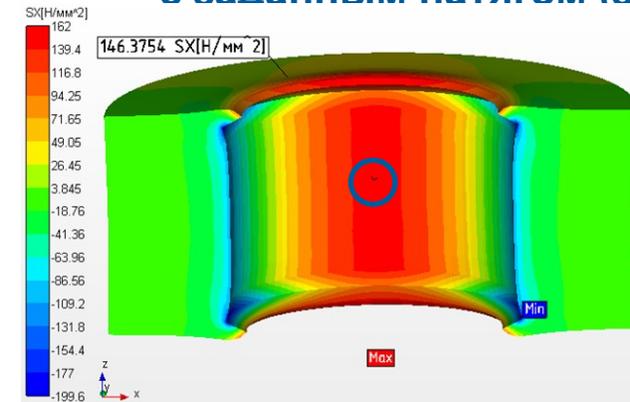
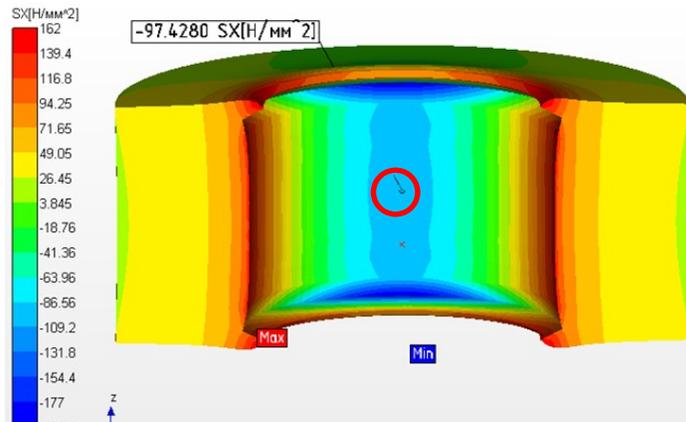
### Теоретическое решение:

Феодосьев В.И. Соппротивление материалов. М.: Наука, 1972 г. С. 284 – 287.

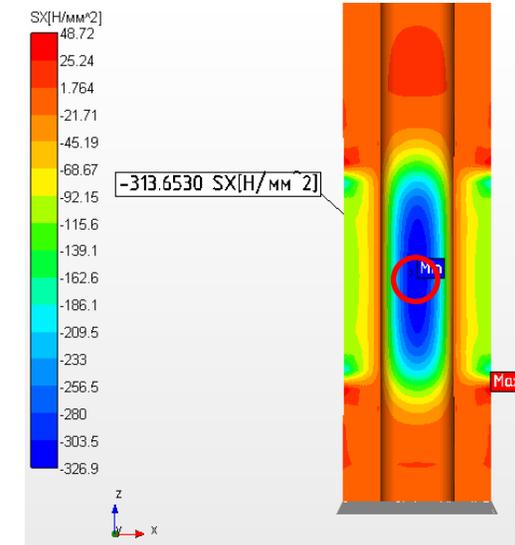
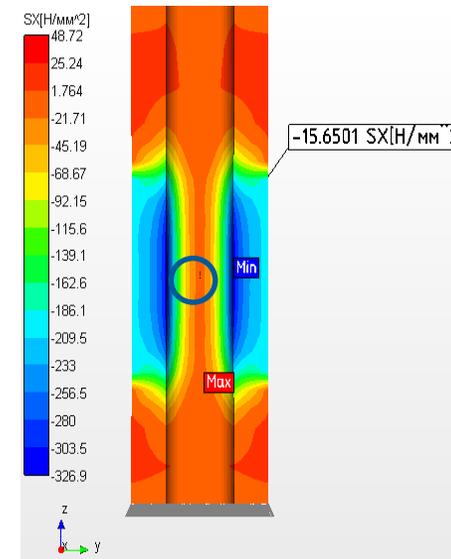


## Примеры верификационных задач

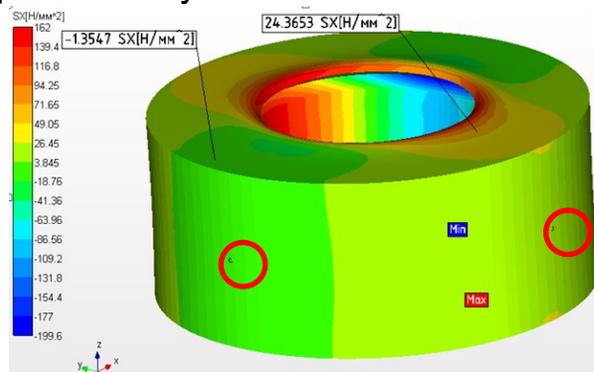
### Контактная задача. Расчет контактного взаимодействия цилиндрического соединения вал – втулка с заданным натягом (задача Ламе)



Компоненты радиальных (слева) и окружных (справа) напряжений на внутренней поверхности втулки в зоне контакта с валом



Компоненты радиальных (слева) и окружных (справа) напряжений на внутренней поверхности осевого отверстия в валу в месте контакта вала с втулкой

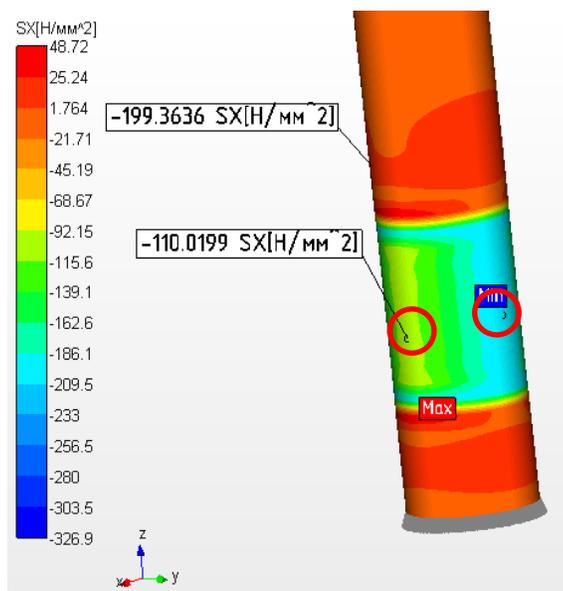


Компоненты напряжений в радиальном и окружном направлениях на внешней поверхности втулки при контакте с валом



## Примеры верификационных задач

**Контактная задача.** Расчет контактного взаимодействия цилиндрического соединения вал – втулка с заданным натягом (задача Ламе)



Компоненты радиальных и окружных напряжений на внешней поверхности вала в зоне контакта со втулкой

Место измерения	Радиальная компонента напряжений, МПа			Окружная компонента напряжений, МПа		
	Теоретическое значение	APM Structure3D	Погрешность, %	Теоретическое значение	APM Structure3D	Погрешность, %
Наружная поверхность втулки	0	-1.35	-	27	24.36	9.8
Внутренняя поверхность втулки	-108	-97.43	9.8	135	146.37	8.42
Наружная поверхность вала	-108	-110.02	1.87	-180	-199.36	10.75
Наружная поверхность отверстия в валу	0	-15.65	-	-288	-313.65	8.9

Сравнение результатов решения контактной задачи втулки, надетой на вал с натягом полученных в модуле APM Structure3D, с теоретическими



# Результат аттестации базового расчетного модуля APM Structure3D в Ростехнадзоре в 2019 году

## Погрешность, обеспечиваемая программой для ЭВМ в области ее применения



Параметр	Значение погрешности, %
Перемещения и углы поворота (при статических расчетах)	± 5,7
Усилия (при статических расчетах)	± 6,3
Напряжения (при статических расчетах)	± 6,9
Напряжения и перемещения (при сейсмических воздействиях)	± 16
Собственные частоты колебаний	± 10
Коэффициент запаса по устойчивости	± 8
Перемещения (при геометрически нелинейном расчете)	± 15
Напряжения и перемещения в зоне контакта	± 25
Силовые факторы (при геометрически нелинейном расчете)	± 12



Спасибо за внимание!